

2022. 9. 29 スマートビークルシンポジウム  
(豊田工業大学 豊田喜一郎ホール)



# 移動体の軽量設計を目的とする多孔質構造体のマルチスケール形状最適化に関する研究

---

下田昌利(固体力学研究室)



# 研究の背景1

## 移動体の構造設計

- 地球環境問題（省資源）
- コスト(燃費)
- **運動性能**
- 力学特性（剛性，強度，振動，熱特性 等）の確保
- 高付加価値（高機能，高性能，デザイン 等）



[https://search.yahoo.co.jp/image/search?p=%E7%A9%B1%E9%A3%8B%E3%81%B6%E9%B1%8A&rs=1&q=%E7%A9%BA%E9%A3%9B%E3%81%B6%E8%B5%8A&a=47d7db2a-0634-4037-9298-65a4228ad8f2&as&ts=10642&ei=UTF-8&f=top\\_ga1\\_sa#5756b50be151b8f6394bc998dbab378f7](https://search.yahoo.co.jp/image/search?p=%E7%A9%B1%E9%A3%8B%E3%81%B6%E9%B1%8A&rs=1&q=%E7%A9%BA%E9%A3%9B%E3%81%B6%E8%B5%8A&a=47d7db2a-0634-4037-9298-65a4228ad8f2&as&ts=10642&ei=UTF-8&f=top_ga1_sa#5756b50be151b8f6394bc998dbab378f7)



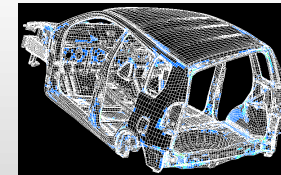
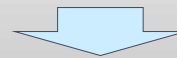
<https://www.pinterest.jp/pin/749779037939151183?mt=login>



[https://search.yahoo.co.jp/image/search?p=%E3%83%A4%E3%83%9C%E3%83%83%E3%83%B8&x=1&aq=1&a=bb162609-4974-4437-b118-c15517077aab&ts=6593&ei=UTF-8&f=top\\_ga1\\_sa#2dbbee423244dfcb8e520d9c67b195a](https://search.yahoo.co.jp/image/search?p=%E3%83%A4%E3%83%9C%E3%83%83%E3%83%B8&x=1&aq=1&a=bb162609-4974-4437-b118-c15517077aab&ts=6593&ei=UTF-8&f=top_ga1_sa#2dbbee423244dfcb8e520d9c67b195a)



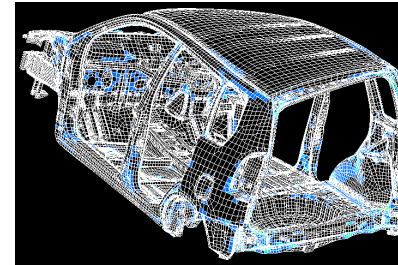
軽量化



移動体の構造や形状はどうあるべきか？

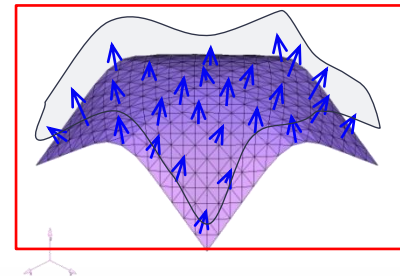
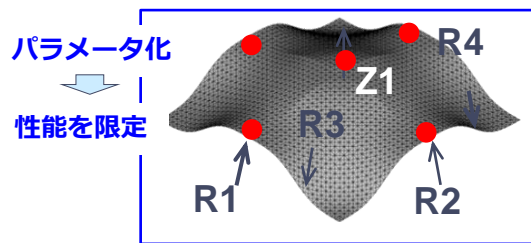
# —構造体の最適設計—

力学的に最適で、無駄のない自然な形を求めたい



## 無限自由度の形状設計へ

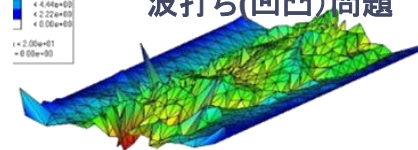
(従来のベクトル空間の最適設計から関数空間の最適設計へ)



自由度の多さはコントロールを難しくする  
(数値不安定問題)



波打ち(凹凸)問題



チェッカーボード問題



そのための方法論 (手法) , 最適設計システムを開発

# —構造体/構造要素の形態(分類)—



3+1分類



全ての構造形態を対象に、その形状最適化手法(理論)の開発とその構造設計への応用

# —マクロ構造(単一材料)の構造最適化の計算例(無限自由度)—

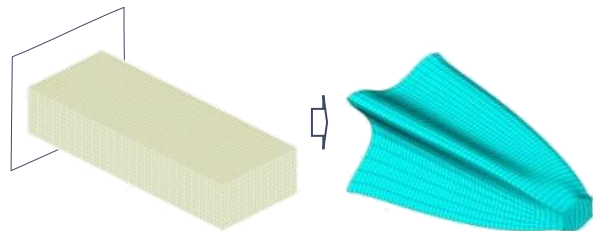
ソリッド(3次元)



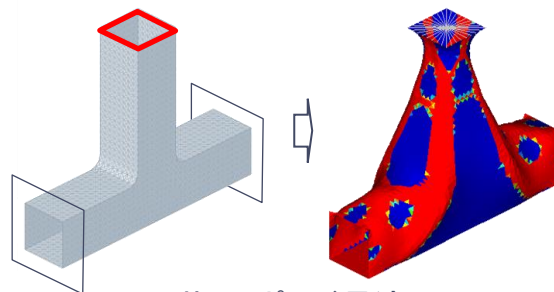
シェル(2次元)



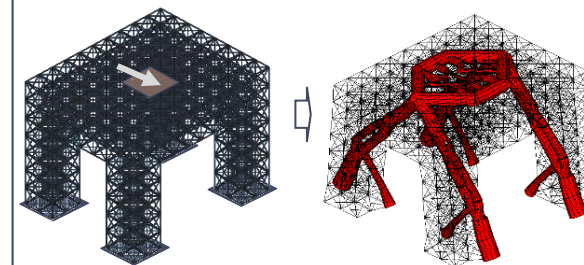
骨組(1次元)



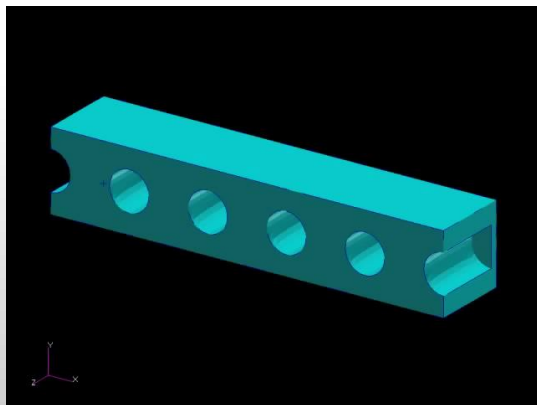
形状最大化(1次固有振動数最大化)



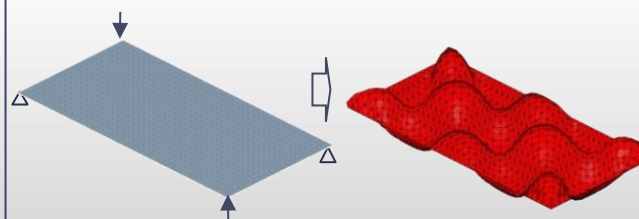
形状とトポロジ最適化  
(1次固有振動数最大化)



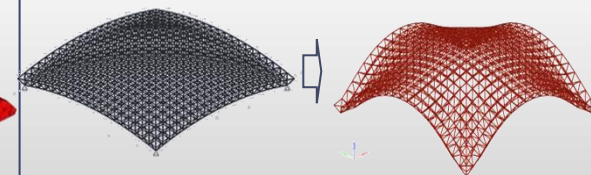
形状&断面寸法最適化(剛性最大化)



形状最適化(剛性最大化)



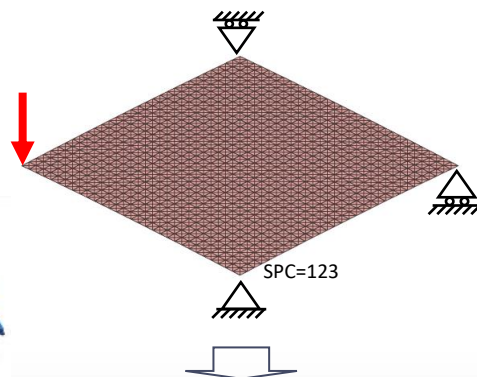
形状最適化(剛性最大化)



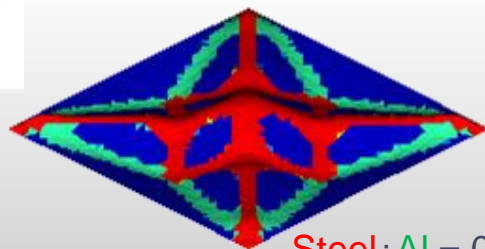
形状最適化(剛性最大化)

# 一ソロマテリアルからマルチマテリアル最適化へー (適材適所の材料配置と形状設計で軽量化)

シェル(2次元)



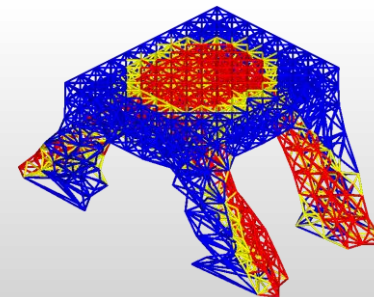
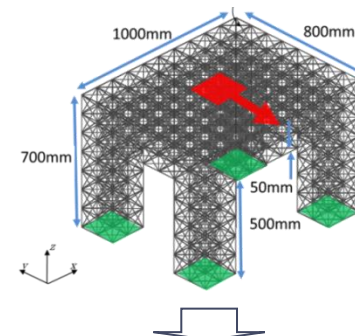
■ CFRP  
 ■ Al合金押し出し材  
 ■ Al合金板  
 ■ Al合金鋳造品



Steel:Al = 0.3:0.2

形状とトポロジ最適化 (剛性最大化)

骨組(1次元)

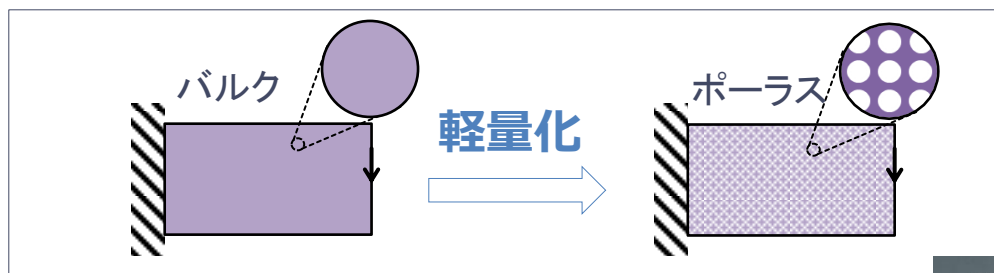


Steel:Al=1:1

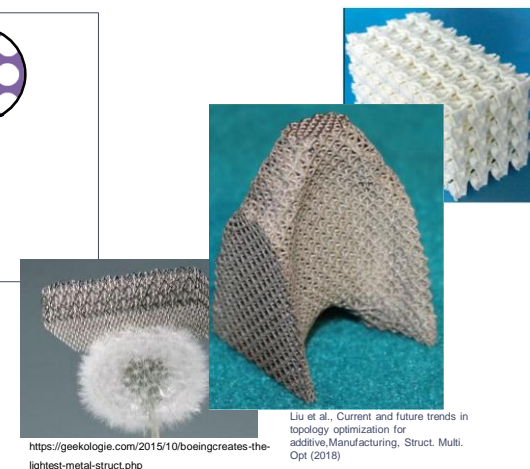
形状とトポロジ最適化 (剛性最大化)

# 研究の背景2

-更なる軽量化のため、**バルク材料**から**多孔質材料**へ-



**3Dプリンター(AM)技術**の進歩により複雑な多孔質構造の生産が可能に。

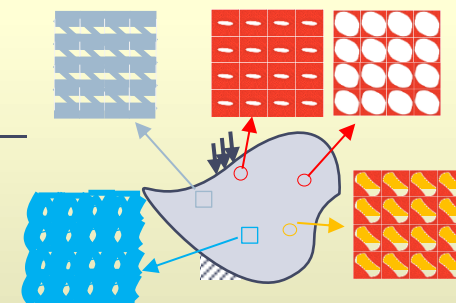


Liu et al., Current and future trends in topology optimization for additive Manufacturing, Struct. Multi. Opt (2018)



孔(ミクロ構造)の形状と配置, 全体(マクロ構造)  
の形状はどうあるべきか?

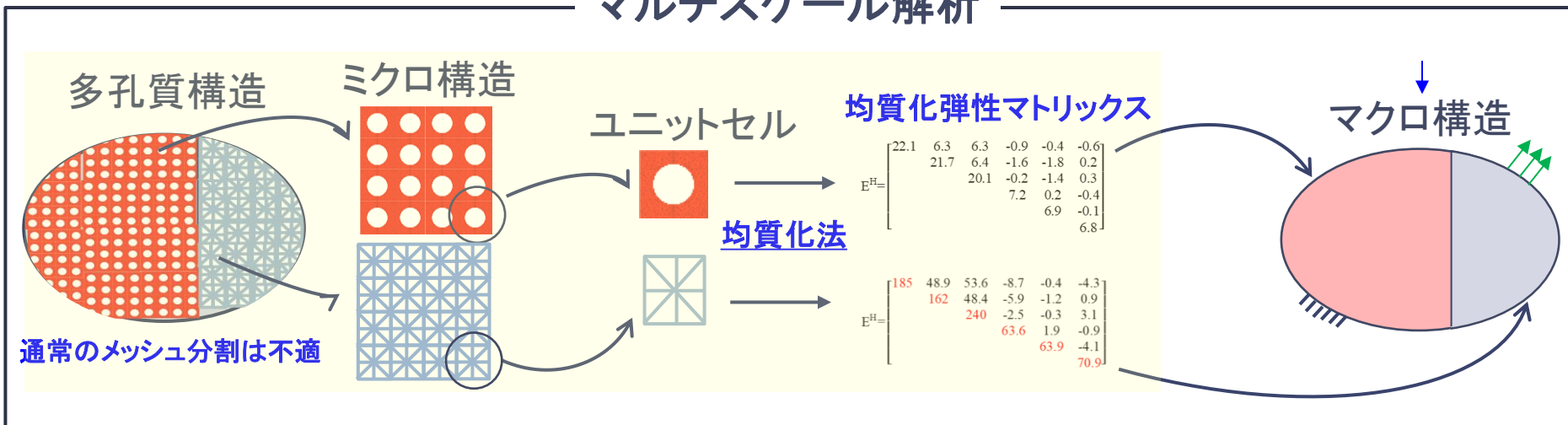
“材料設計”ともいえる



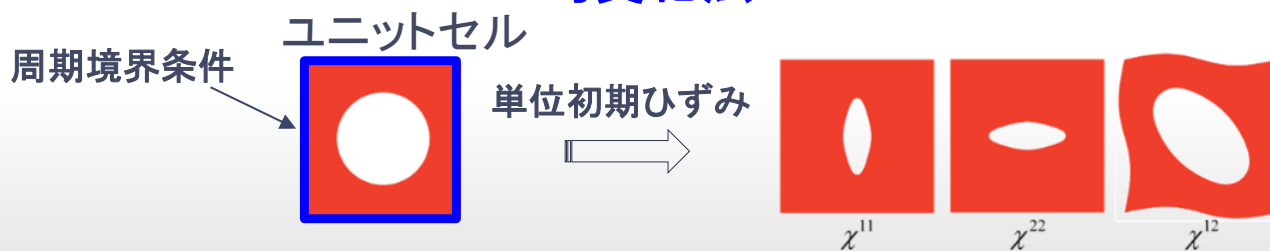
**均質化法**を利用した**マルチスケール最適設計**へ(無限自由度で)

# — 多孔質構造のためのマルチスケール解析 —

## マルチスケール解析



## 均質化法



均質弾性マトリックス:

$$E_{ijkl}^M = \frac{1}{|Y|} \int_Y (E_{ijkl}^\varepsilon - E_{ijmn}^\varepsilon \frac{\partial \chi_m^{kl}}{\partial y_n}) dY$$

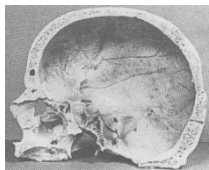
$$\rightarrow \begin{bmatrix} 0.02226 & 0.00423 & 0 \\ & 0.02226 & 0 \\ sym. & & 0.00430 \end{bmatrix}$$

逆マルチスケール解析へ



# 研究の背景3

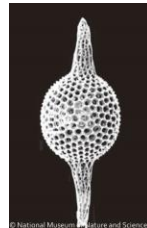
## 自然界のマイクロラチス/ポラス構造



頭蓋骨断面



大腿骨断面



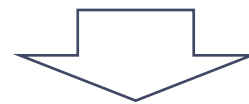
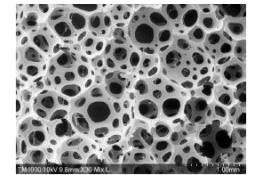
放散虫



へちまの維管束



やまあらしの棘の内部構造



## 移動体の構造設計へ応用



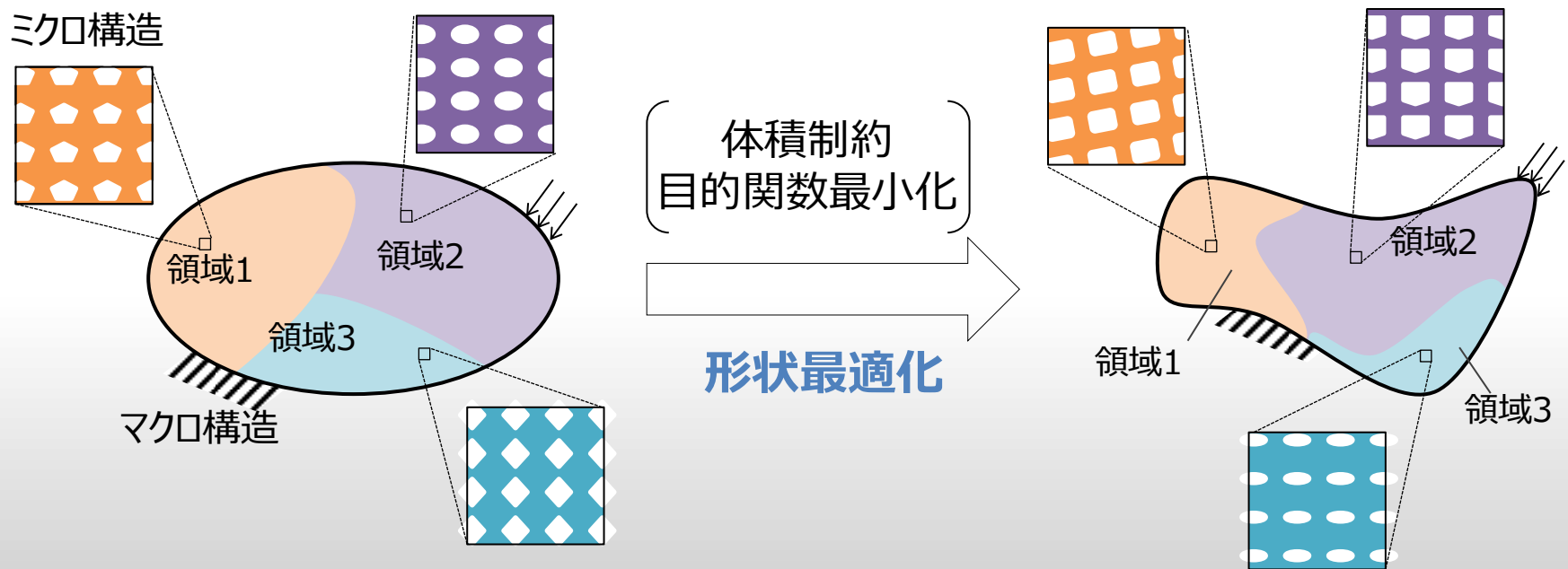
— CFRP  
— Al合金押し出し材  
— Al合金板  
— Al合金鋳造品



引用：“欧州のクルマが新材料に積極的なワケ”  
<https://tech.nikkeibp.co.jp/atcl/nxt/column/18/00123/021600008/>

# 研究目的

マクロ構造とマイクロ構造の  
マルチスケール形状最適化（逆マルチスケール解析）手法の開発



複数のマイクロ構造を予めマクロ領域内に配置

マイクロ構造とマクロ構造の接続には均質化法を利用

# ミクロ&マクロ形状最適化問題（無限自由度）の定式

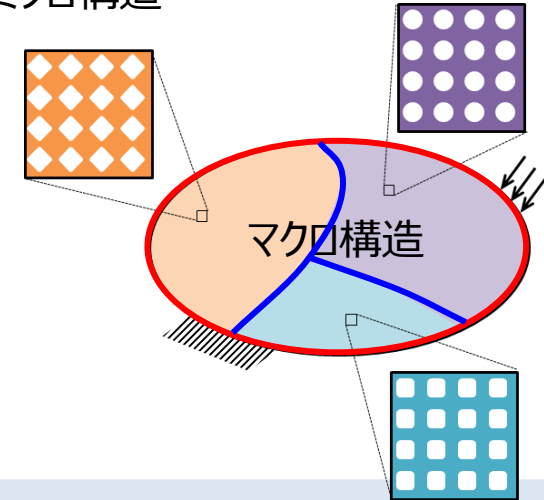
## 設計変数

$V_{M(I)}, (I = 1, 2, \dots, N)$  : マクロ構造の外形・領域形状  
 $V_{(I)}, (I = 1, 2, \dots, N)$  : ミクロ構造の穴形状

## 目的関数

$\sum_{I=1}^N l_{M(I)}(\mathbf{u}^{M(I)})$  : マクロ構造のコンプライアンス最小化

ミクロ構造



## 制約条件

$$\sum_{I=1}^N a_{M(I)}(\mathbf{u}^{M(I)}, \bar{\mathbf{u}}^{M(I)}) - \sum_{I=1}^N h_{M(I)}(\mathbf{u}^{M(I)}, \bar{\mathbf{u}}^{M(I)}) = \sum_{I=1}^N l_{M(I)}(\bar{\mathbf{u}}^{M(I)}), \forall \bar{\mathbf{u}}^{M(I)} \in U$$

: マクロ構造の状態方程式

$$a_{(I)}(\chi^{(I)kl} - \mathbf{I}^{(I)kl}, \bar{\chi}^{(I)kl}) = 0, \forall \bar{\chi}^{(I)kl} \in U_Y^{(I)}, (k, l = 1, 2, 3), (I = 1, 2, \dots, N)$$

: ミクロ構造の均質化方程式

$$\int_{\Omega_{M(I)}} d\Omega_{M(I)} = M_0^{M(I)}, (I = 1, 2, \dots, N) : \text{マクロ構造の各領域の体積一定}$$

$$\sum_{I=1}^N \int_{\Omega_{M(I)}} \left( \int_{\Omega_{y(I)}} d\Omega_{y(I)} \right) d\Omega_{M(I)} = M_0 : \text{マルチスケール構造全体の体積一定}$$

# 形状勾配関数（感度関数）の導出プロセス

ラグランジュ汎関数

$$L = \sum_{I=1}^N l_{M(I)}(\mathbf{u}^{M(I)}) + \sum_{I=1}^3 \left\{ -a_{M(I)}(\mathbf{u}^{M(I)}, \bar{\mathbf{u}}^{M(I)}) + h_{M(I)}(\mathbf{u}^{M(I)}, \bar{\mathbf{u}}^{M(I)}) + l_{M(I)}(\bar{\mathbf{u}}^{M(I)}) \right. \\ \left. - \int_{\Omega^{M(I)}} \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 a_{(I)}(\boldsymbol{\chi}^{(I)kl} - \mathbf{I}^{(I)kl}, \bar{\boldsymbol{\chi}}^{(I)kl}) d\Omega^{M(I)} \right\} + \sum_{I=1}^N \Lambda_{M(I)} \left( \int_{\Omega^{M(I)}} d\Omega_{M(I)} - M_0^{M(I)} \right) \\ + \Lambda \left( \sum_{I=1}^N \int_{\Omega^{M(I)}} \left( \int_{\Omega_{y(I)}} d\Omega_{y(I)} \right) d\Omega_{M(I)} - M_0 \right).$$

物質微分  
(第一変分)



随伴変数法

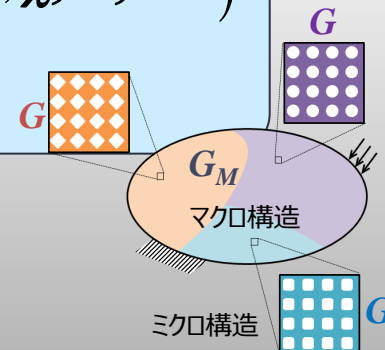


最適性条件



マクロ形状(外形 & 境界) 勾配関数  $G^M(\mathbf{u}^M, \bar{\mathbf{u}}^M, \boldsymbol{\chi}, \bar{\boldsymbol{\chi}}, \Lambda, \Lambda^M)$

ミクロ形状勾配関数  $G(\mathbf{u}^M, \bar{\mathbf{u}}^M, \boldsymbol{\chi}, \bar{\boldsymbol{\chi}}, \Lambda, \Lambda^M)$



形状最適化 (H<sup>1</sup>勾配法)

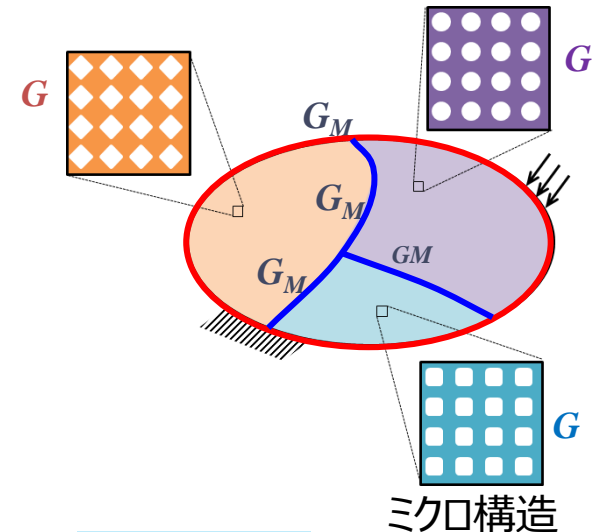
# 形状勾配関数

## ① マクロ構造外形境界

$$G_{M(I)} = -E_{ijkl}^{M(I)} u_{k,l}^{M(I)} \bar{u}_{i,j}^{M(I)}$$

均質化弾性係数

	マクロ構造の状態変数
	マクロ構造の随伴変数
	ミクロ構造の状態変数
	ミクロ構造の随伴変数

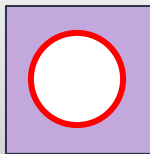


## ② マクロ構造領域境界

$$G_{M(KL)} = -\left( E_{ijkl}^{M(K)} u_{k,l}^{M(K)} \bar{u}_{i,j}^{M(K)} - E_{ijkl}^{M(L)} u_{k,l}^{M(L)} \bar{u}_{i,j}^{M(L)} \right) + E_{ijkl}^{M(K)} u_{k,l}^{M(K)} n_j^{M(K)} \left( \bar{u}_{i,q}^{M(K)} - \bar{u}_{i,q}^{M(L)} \right) n_q^{M(K)}$$

## ③ ミクロ構造穴の境界

$$G^{(I)} = -\frac{1}{|Y|} \left( E_{ijkl} - E_{ijmn} \frac{\partial \chi_m^{(I)kl}}{\partial y_n} \right) u_{k,l}^{M(I)} \bar{u}_{i,j}^{M(I)} - \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 \left( E_{ijmn} \chi_{m,n}^{(I)kl} \bar{\chi}_{i,j}^{(I)kl} - E_{ijmn} I_{m,n}^{kl} \bar{\chi}_{i,j}^{(I)kl} \right), (I = 1, 2, 3)$$



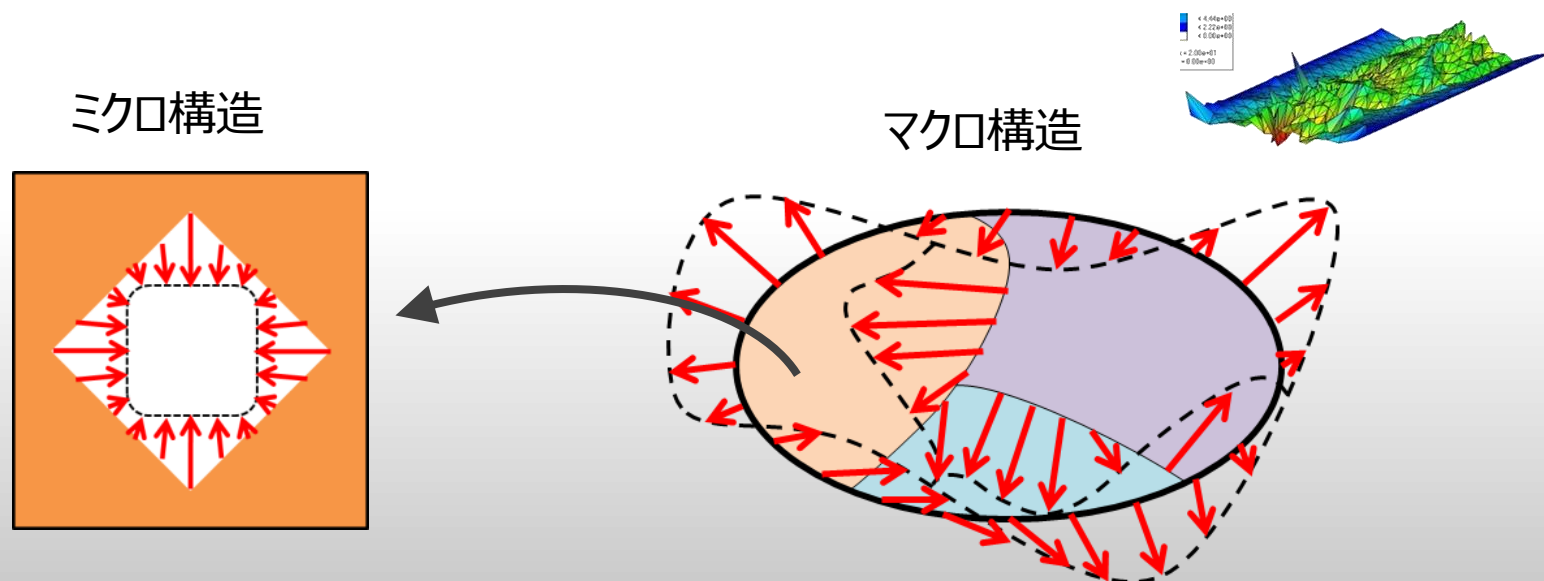
ミクロとマクロの形状最適化 (H<sup>1</sup>勾配法)

# 形状最適化手法

## H<sup>1</sup>勾配法（ベクトル設計変数用）

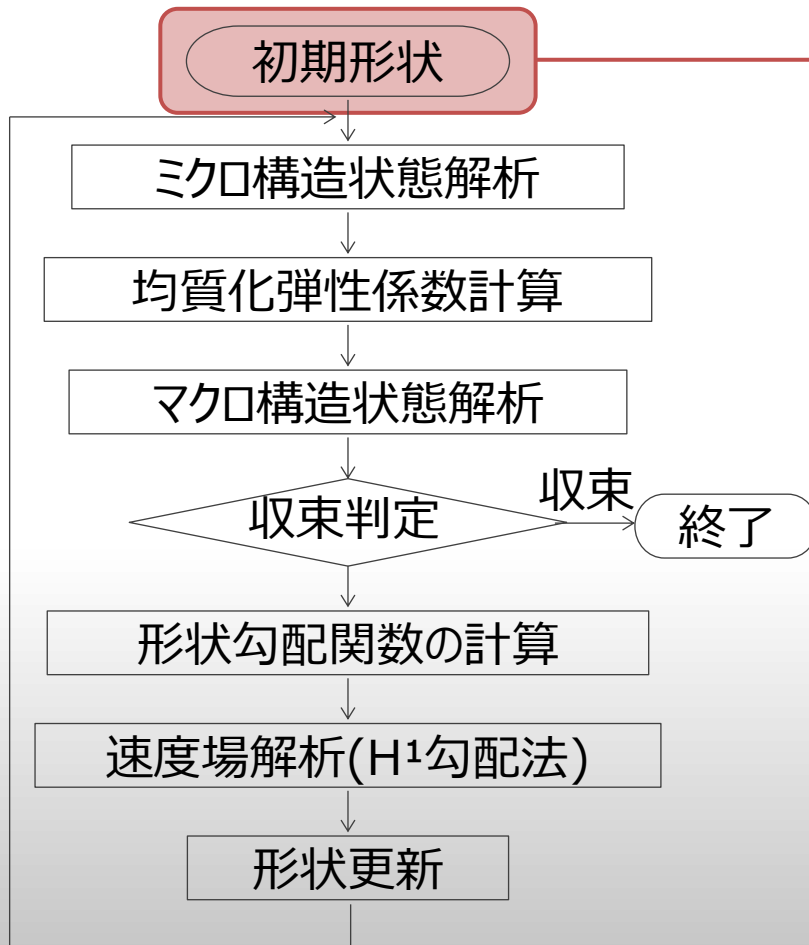
形状勾配関数に比例した荷重を設計境界の法線方向に与えて  
形状変動させる関数空間の勾配法（フィルタリング機能付きの勾配法）

[特徴] パラメータ化不要，滑らかな形状を保ちながら目的関数を減少

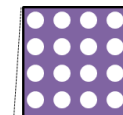


→ : 負の形状勾配関数に比例した法線方向荷重

# 最適化システムの流れ



マイクロ構造



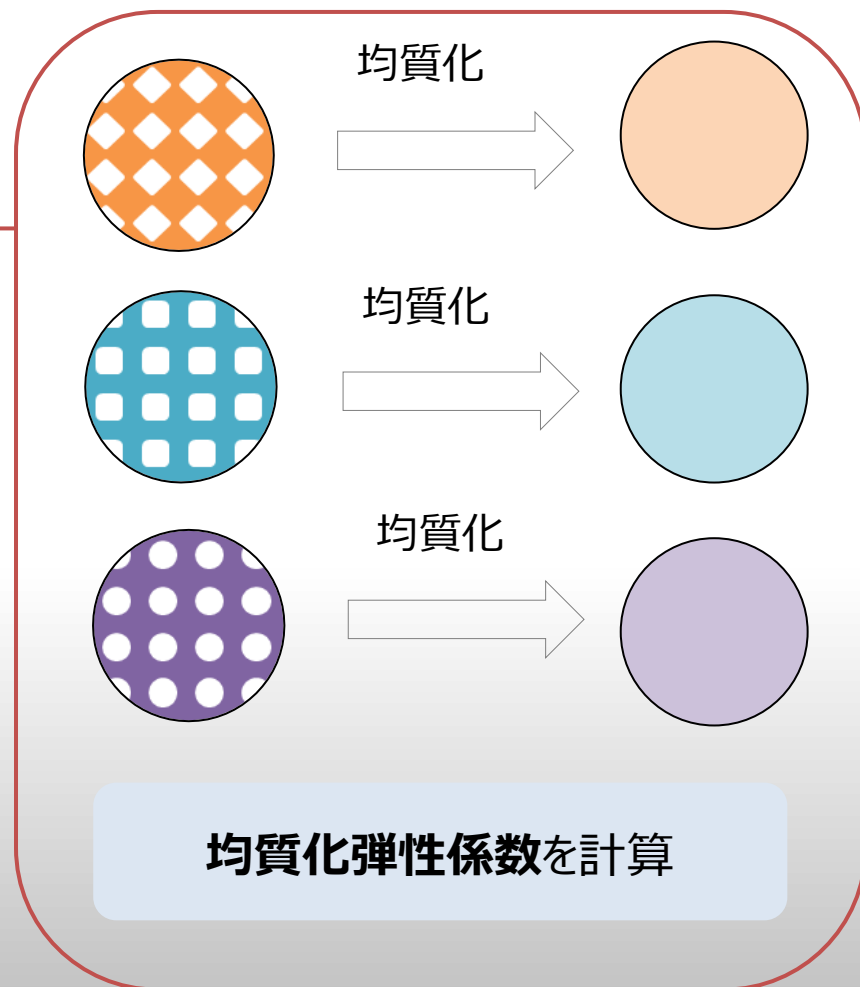
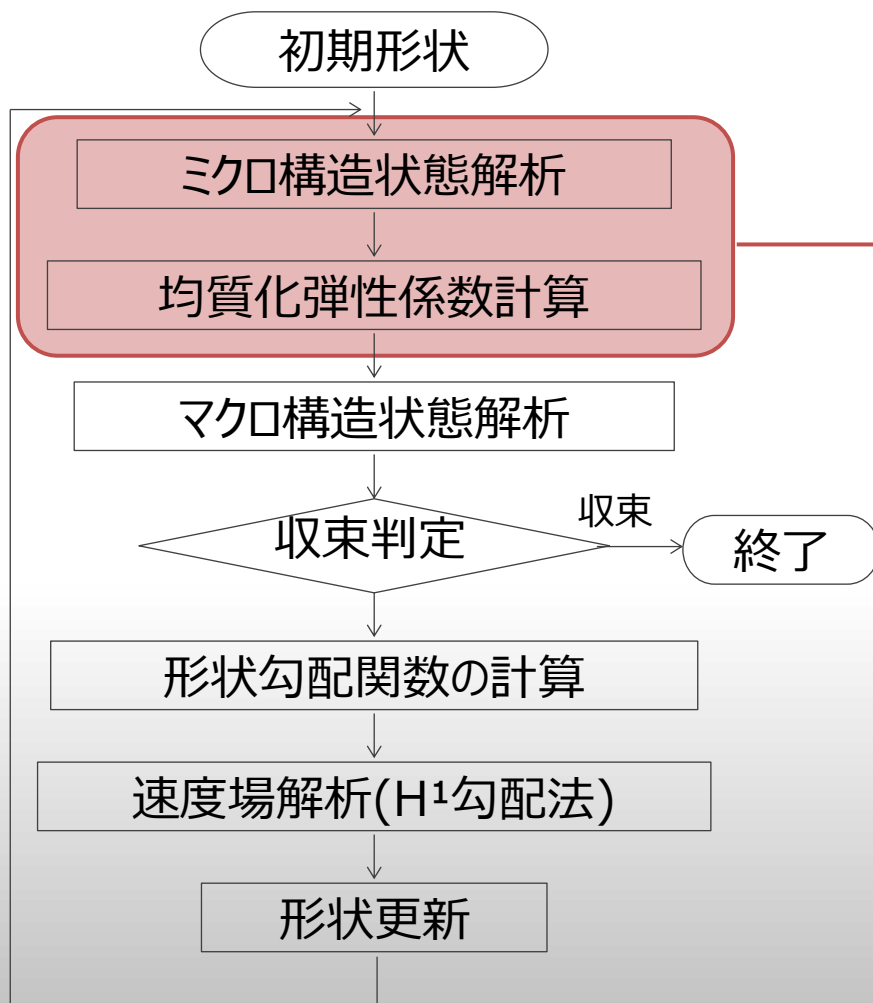
マクロ構造



- ・ マクロ構造
- ・ ミクロ構造
- ・ ミクロ構造の分布

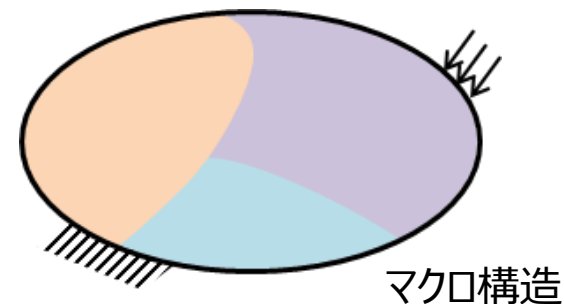
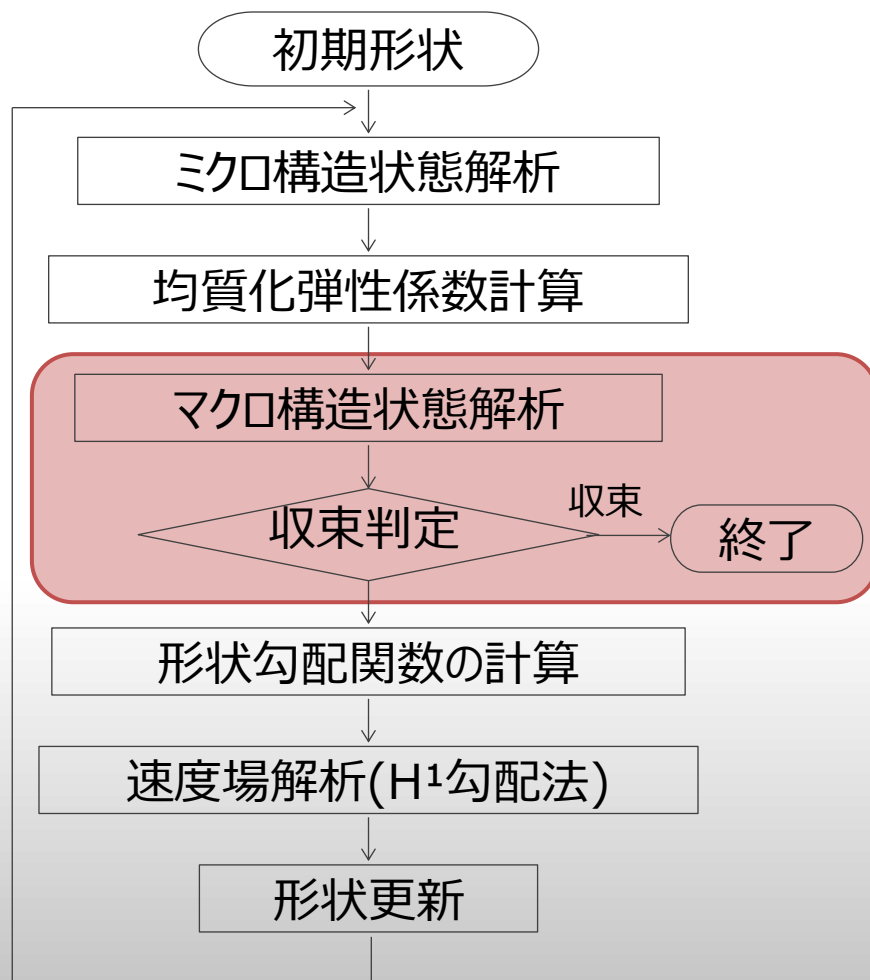
を設定

# 最適化システムの流れ



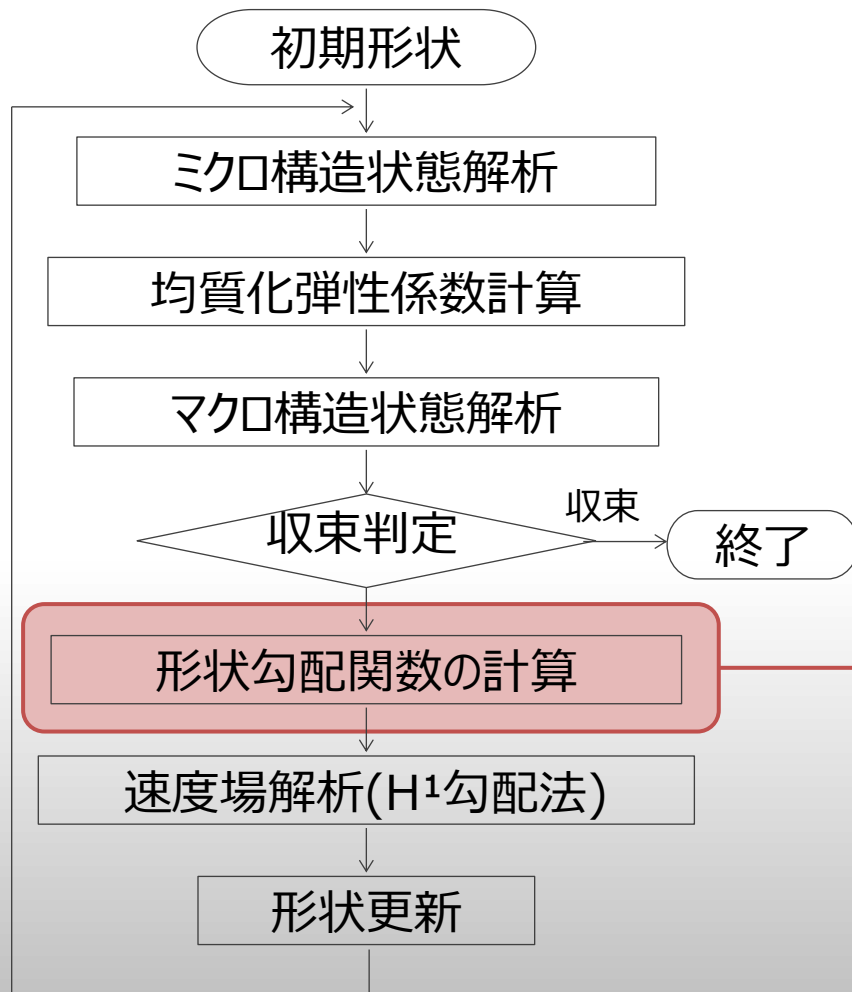


# 最適化システムの流れ



- ① 均質化弾性係数 → 弾性係数
- ② マクロ状態解析  
→ 応力・ひずみ・変位
- ③ コンプライアンスを計算
- ④ 収束判定

# 最適化システムの流れ



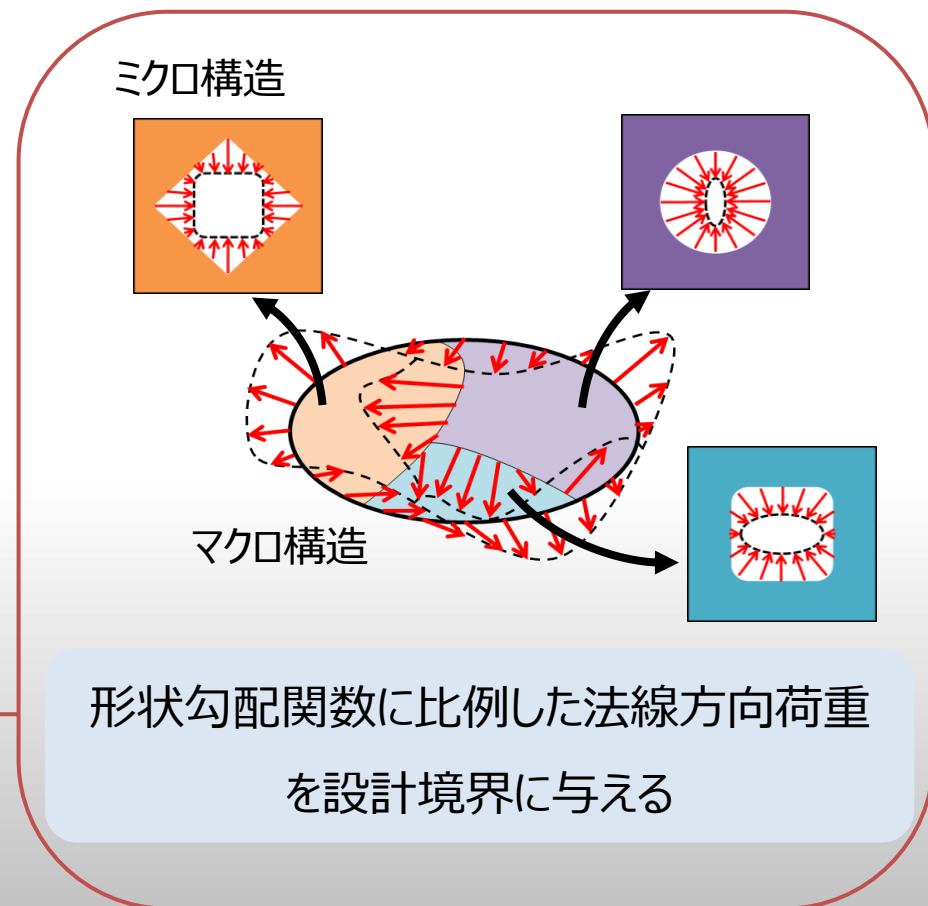
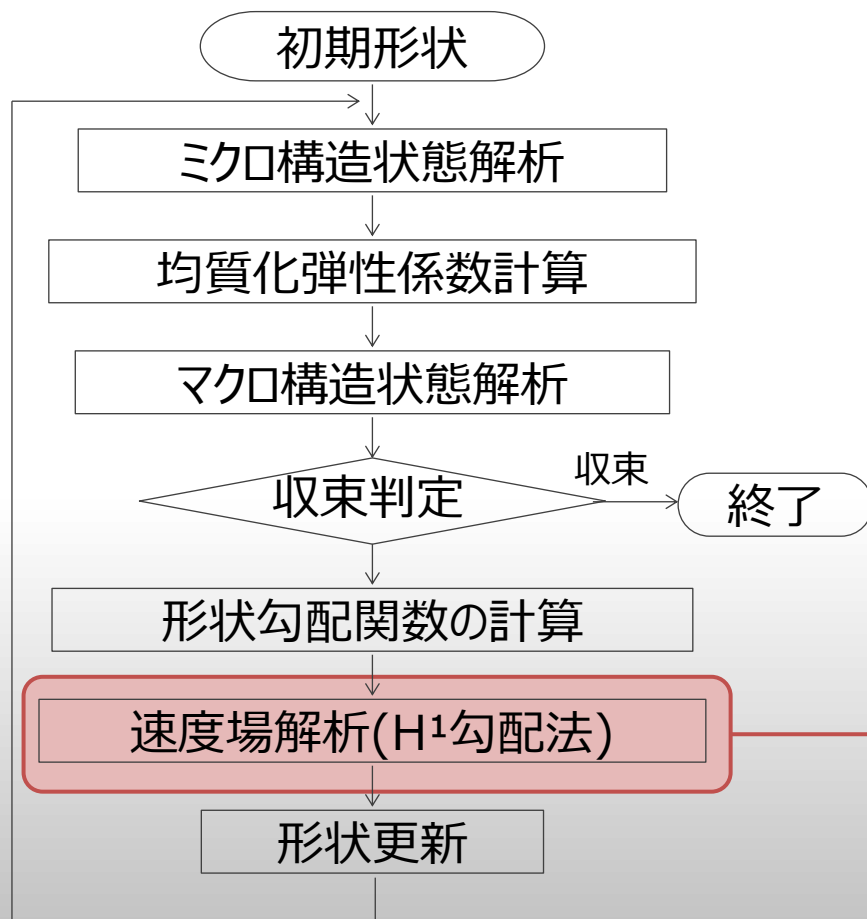
$$G_{M(I)} = -E_{ijkl}^{M(I)} u_{k,l}^{M(I)} u_{i,j}^{M(I)}$$

$$G_{M(KL)} = -\left( E_{ijkl}^{M(K)} u_{k,l}^{M(K)} u_{i,j}^{M(K)} - E_{ijkl}^{M(L)} u_{k,l}^{M(L)} u_{i,j}^{M(L)} \right) + E_{ijkl}^{M(K)} u_{k,l}^{M(K)} n_j^{M(K)} \left( u_{i,q}^{M(K)} - u_{i,q}^{M(L)} \right) n_q^{M(K)}$$

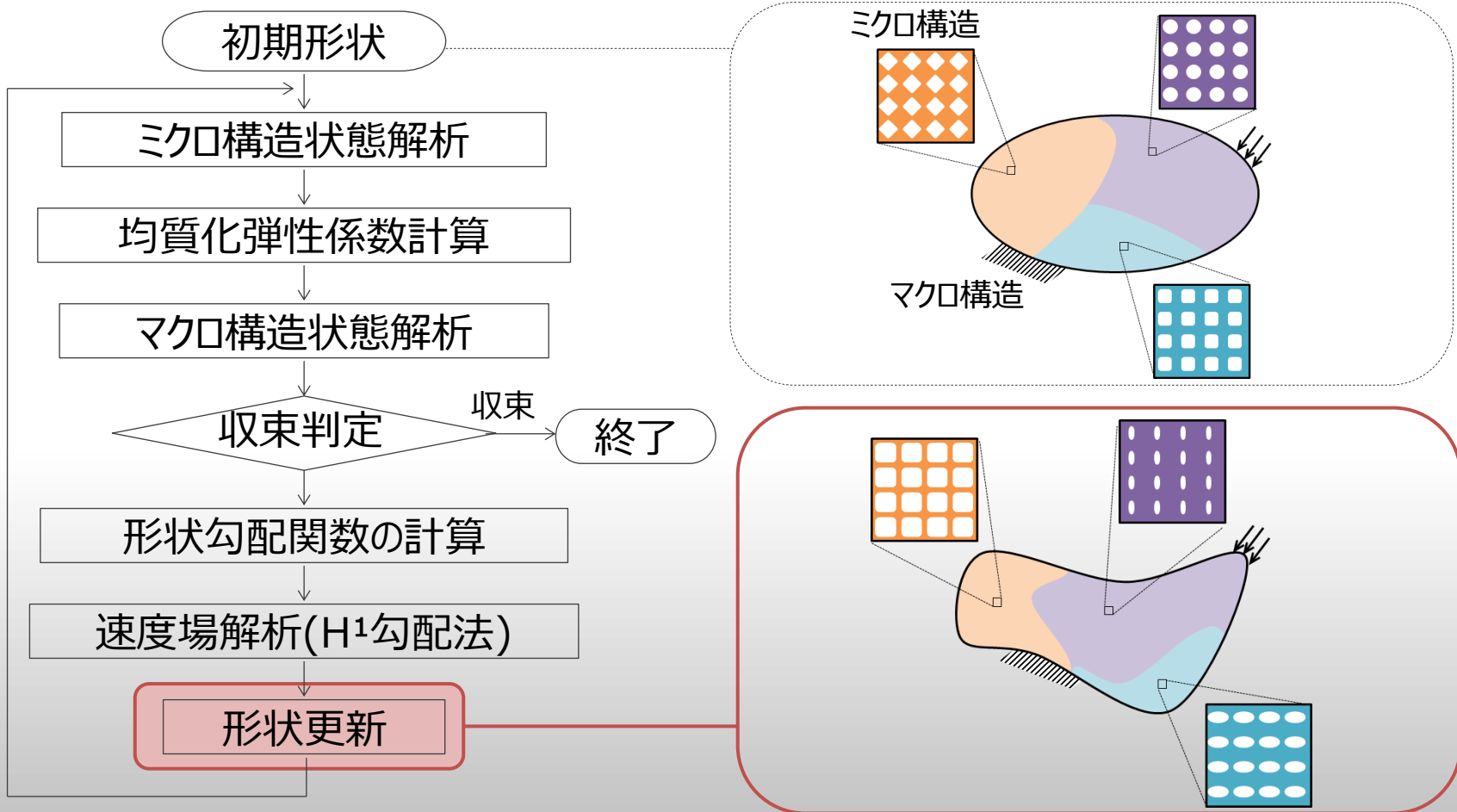
$$G_{(I)} = -\frac{1}{|Y|} \left( E_{ijkl} - E_{ijmn} \chi_{m,n}^{(I)kl} \right) u_{k,l}^{M(I)} u_{i,j}^{M(I)} - \frac{1}{|Y|} \sum_{k=1}^d \sum_{l=1}^d \left( E_{ijmn} \chi_{m,n}^{(I)kl} \chi_{i,j}^{(I)kl} - E_{ijmn} I_{m,n} \chi_{i,j}^{(I)kl} \right) u_{i,j}^{M(I)} u_{i,j}^{M(I)}$$

ミクロ・マクロ構造の  
応力・ひずみから  
**形状勾配関数を求める**

# 最適化システムの流れ

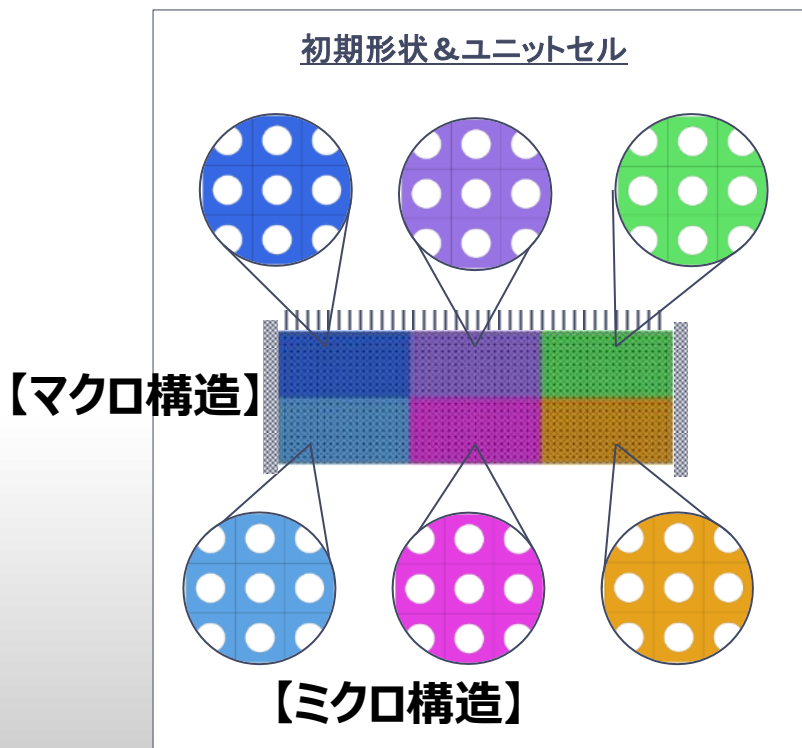


# 最適化システムの流れ



# 数値計算例 2D 両端固定ばり (剛性最大化)

## 初期形状 (サブ領域 : 6)

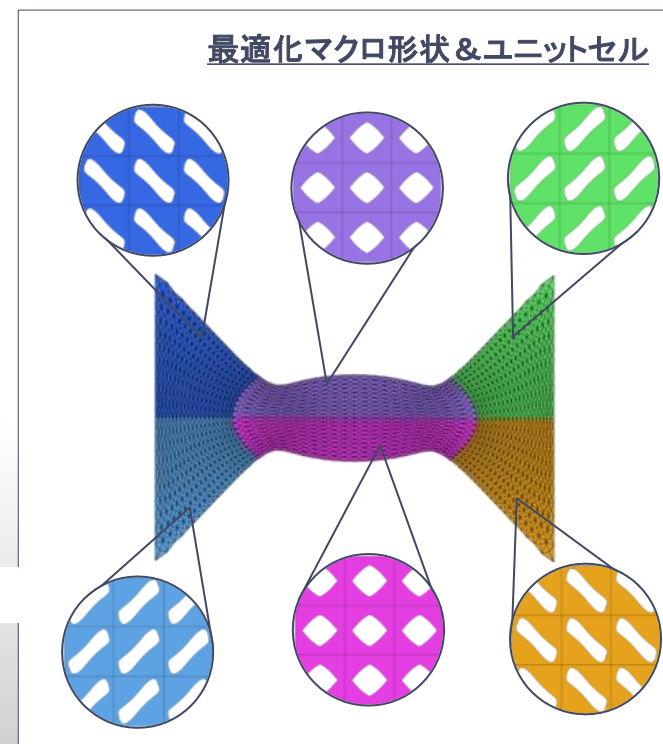


コンプライアンス最小化

体積一定

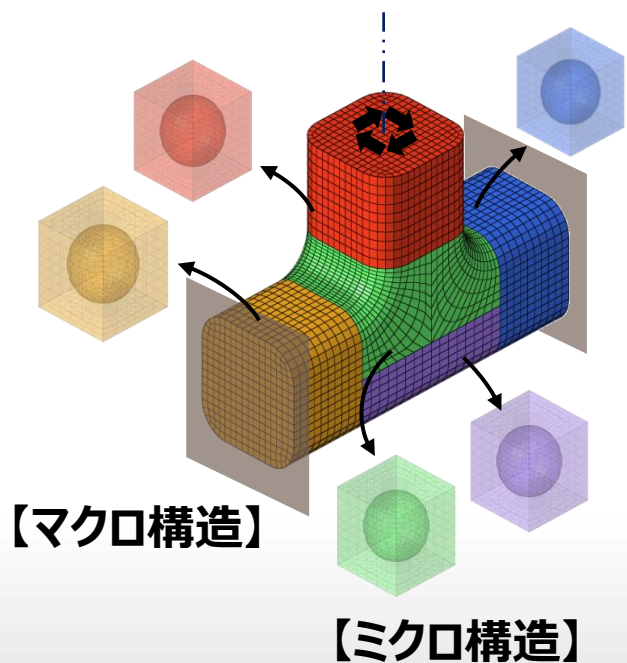
コンプライアンス  $\Delta 60\%$

## 最適化後



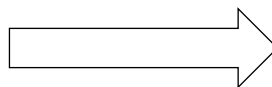
# 数値計算例 3D T型構造 (剛性最大化)

初期形状 (サブ領域: 5)

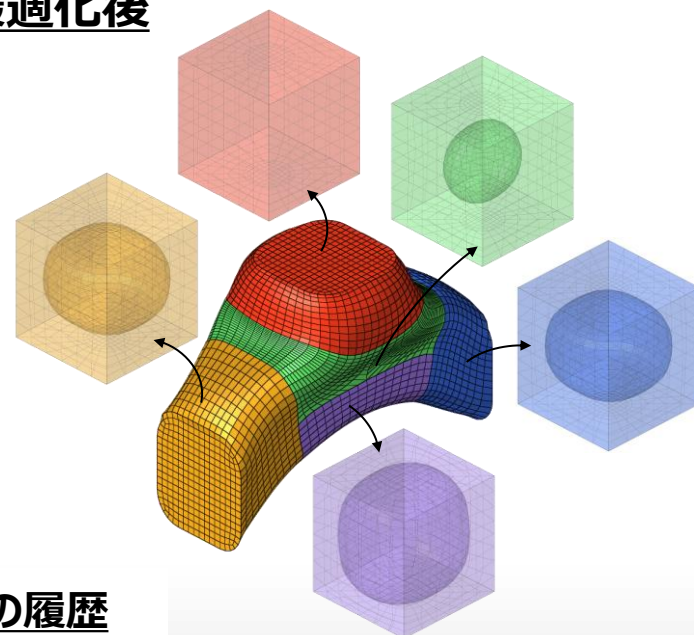


最適化後

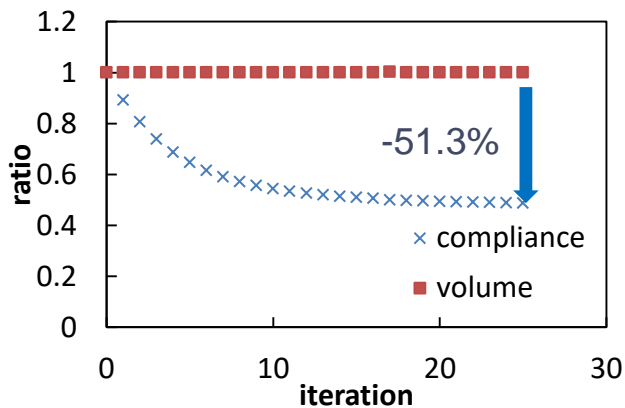
コンプライアンス最小化



体積一定



コンプライアンスと体積の履歴

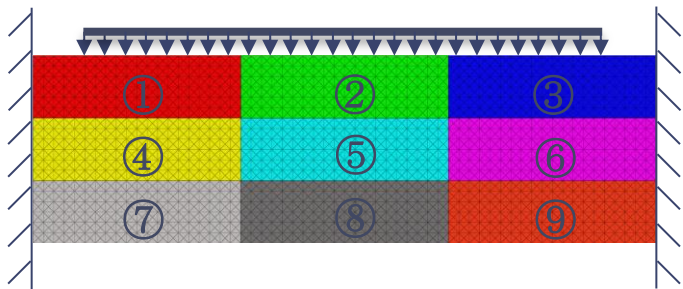


# 数値計算例 2D 両端固定ばり (マイクロ強度最大化)

初期形状 (サブ領域 : 9)

最適化後

【マクロ構造】

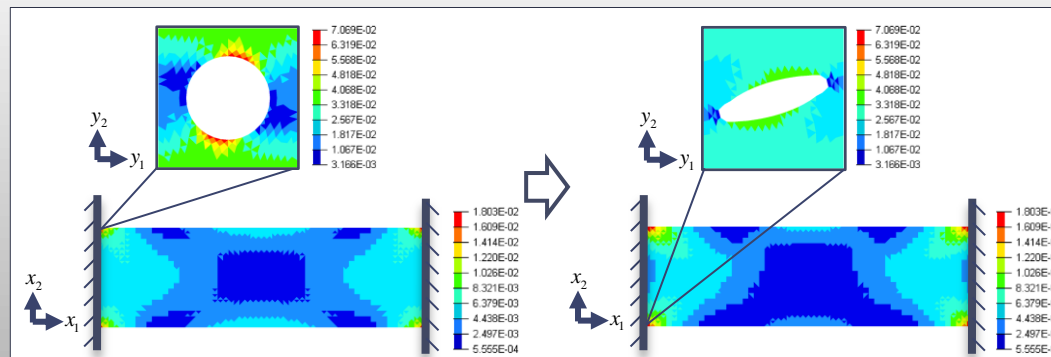
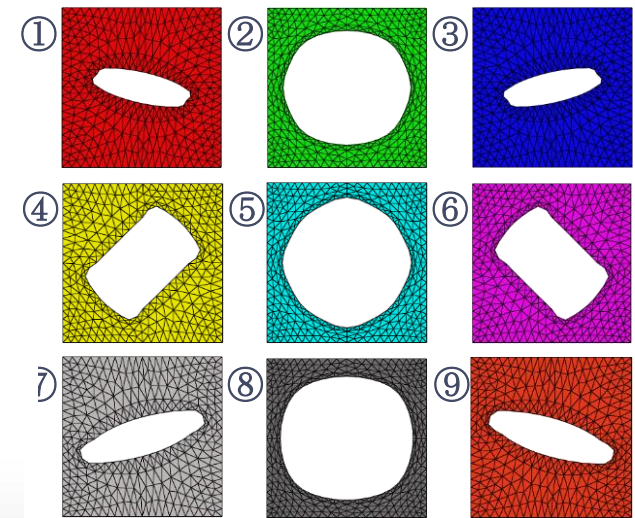
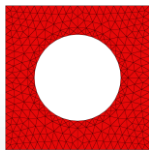


体積一定



最大ミーゼス応力  $\Delta 46\%$

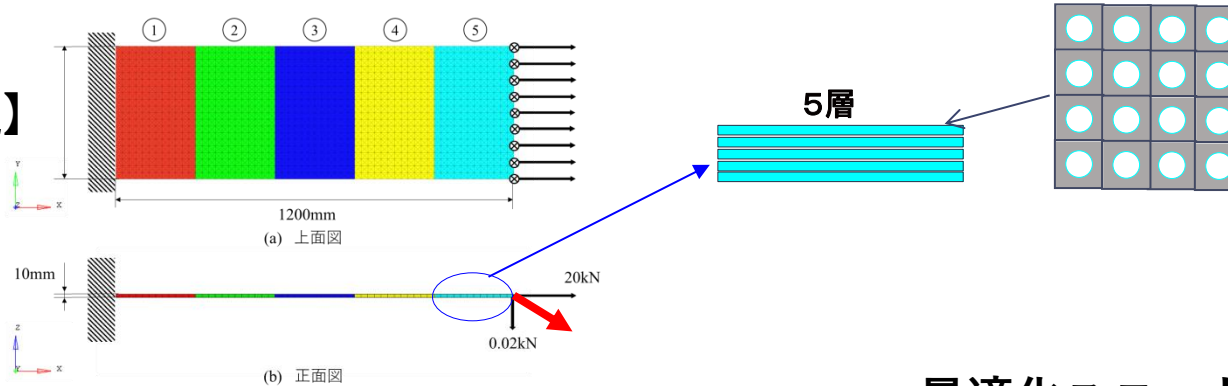
【マイクロ構造】



# 数値計算例 積層薄板構造 (剛性最大化)

## 初期形状 (サブ領域 : 5)

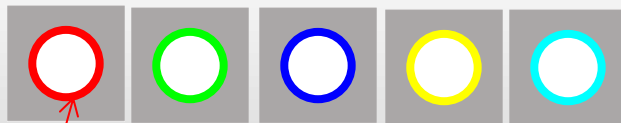
【マクロ構造】



## 最適化ユニットセル形状

【ミクロ構造】

初期ユニットセル

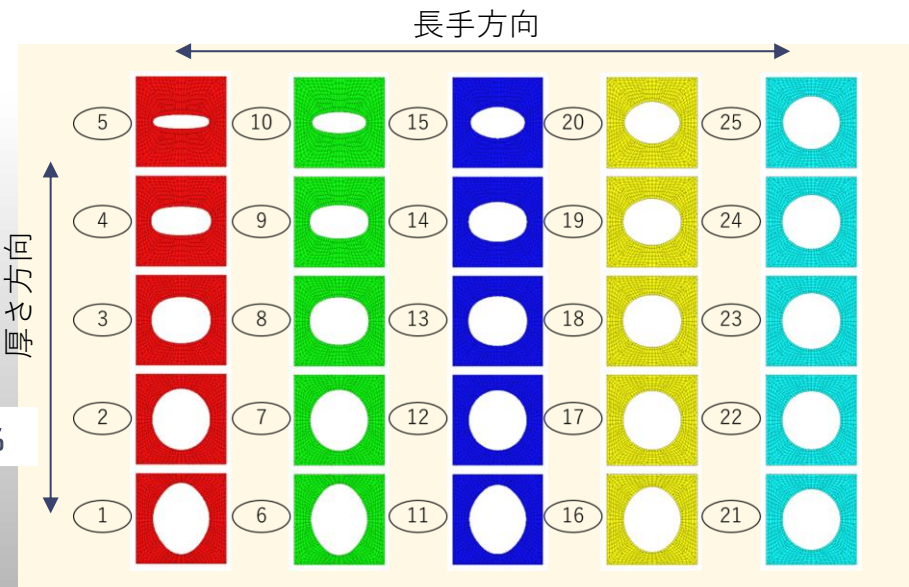


設計境界

体積一定



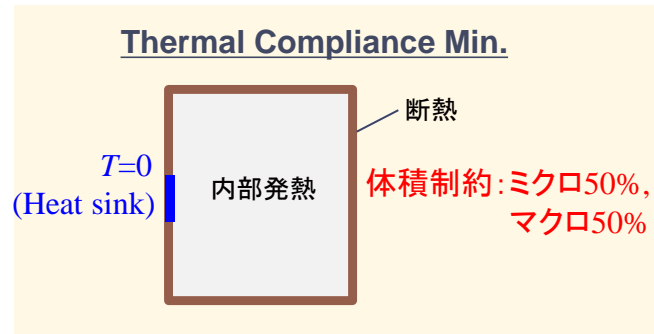
コンプライアンス  $\Delta 99\%$



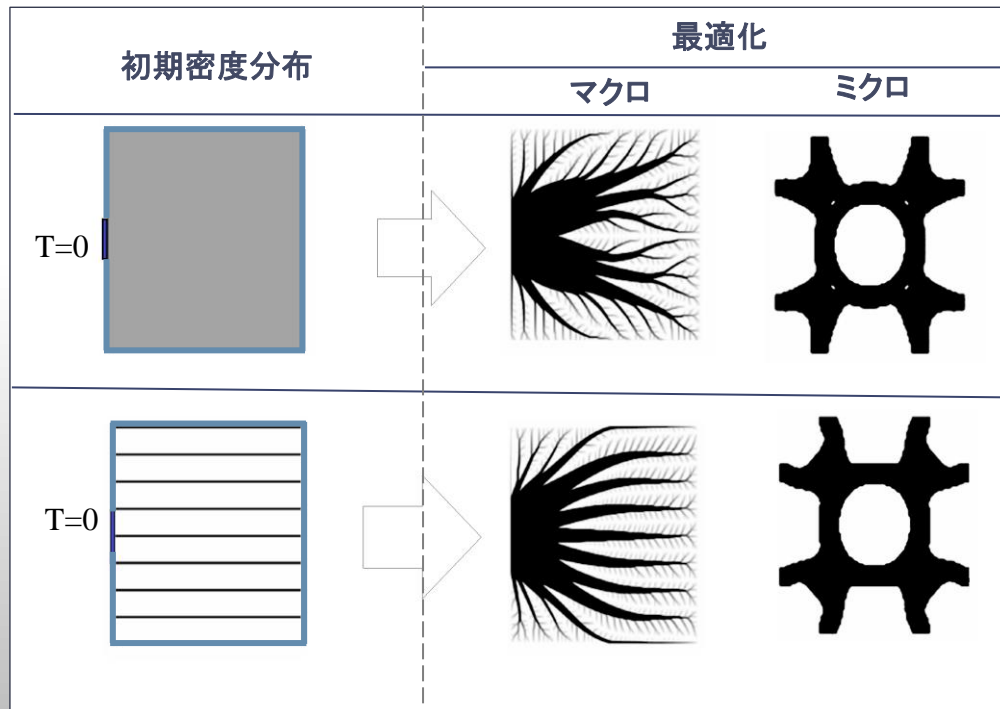
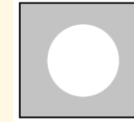


# 数値計算例 2D 構造 (伝熱仕事最大化)

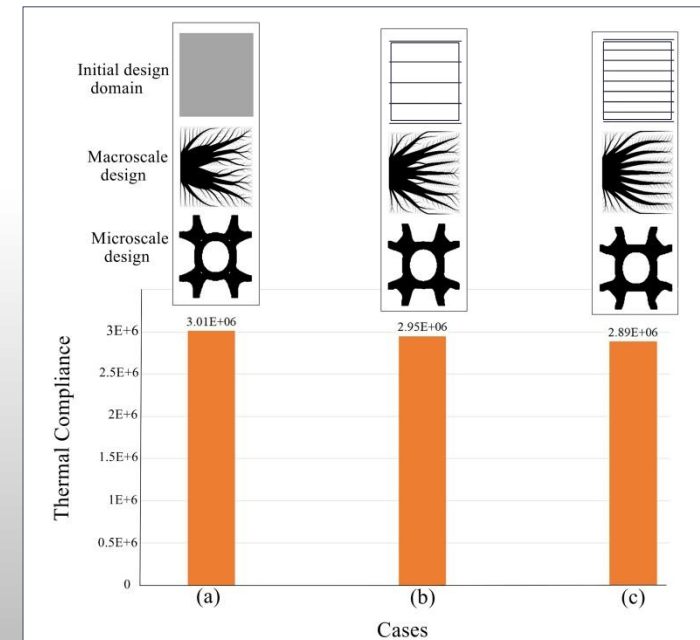
## 【マクロ構造】



## 【ミクロ構造】



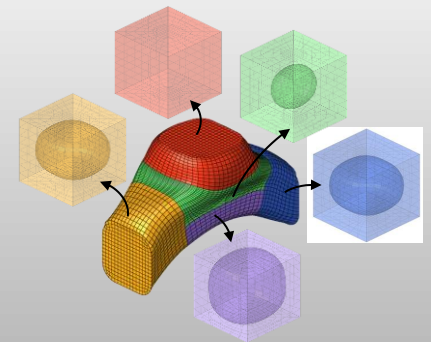
## 初期値依存性



# まとめ

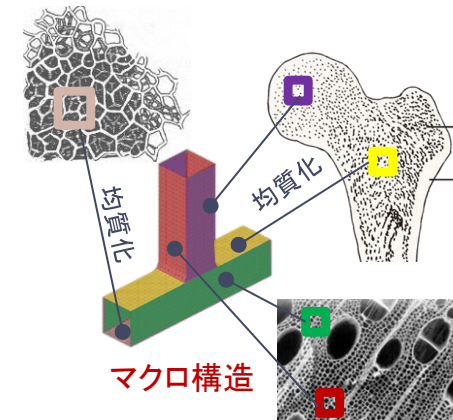
## マクロ構造とミクロ構造のマルチスケール形状最適化手法を紹介

- 目的：マクロ構造の剛性最大化，固有振動数最大化，最大応力最小化  
熱伝導仕事の最大化 等
- 制約：マクロ領域・マルチスケール構造の全体の体積
- 形状最適化手法： $H^1$ 勾配法（ベクトル設計変数，スカラー設計変数）
- マルチスケール構造の解析(ミクロとマクロの接続)：均質化法
- 数値計算例から手法の有効性を確認

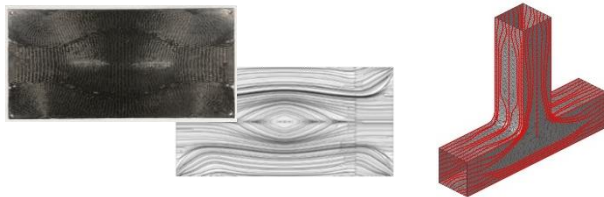


# 今後の計画

1. ミクロ構造として, 生物構造を導入  
→ Bio-inspired structure



2. ミクロ構造として, 曲線配向CFRPを導入



3. ミクロ構造の展開(マイクロラチス, マイクロシェル),  
動的問題, 接触問題, リブ構造 等への応用

4. 本手法の応用によるメタマテリアルの創成

マイクロ連続体	マイクロラチス	マイクロシェル

**ご清聴ありがとうございました**

